

ELEKTRISCHE NACHRICHTEN-TECHNIK

Unter Mitwirkung von: G. Graf v. Arco, H. Barkhausen, F. Breisig, K. Dohmen, A. Elfes, E. Falkenthal, E. Feyerabend, A. Franke, W. Hahnemann, J. Harbich, R. Hartz, H. Hecht, C. Hersen, K. Höpfner, A. Korn, A. Kruckow, A. Kunert, F. Lüschen, W. Ohnesorge, M. Reich, O. Reichenheim, H. Rukop, O. Scheller, W. Stäckel, H. C. Steidle, H. Thurn, K. Winnig, G. Zapf und J. Zenneck / Herausgegeben von K. W. Wagner / Schriftleiter: F. Moench und H. Salinger / Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

HEFT 8

*

August 1930

*

BAND 7

Der Mechanismus der Barkhausenschwingungen.

Von H. G. Möller, Hamburg*).

Wenn man in einer Dreielektrodenröhre Glühdraht und Anode an die Spannung Null legt, das Gitter aber an eine positive Spannung, so fliegen die Elektronen beschleunigt auf das Gitter zu, durchsetzen die Maschen des Gitters, laufen dann verzögert auf die Anode zu, kehren vor dieser um, laufen beschleunigt wieder zum Gitter zurück und setzen diese Pendelbewegung so lange fort, bis sie endlich vom Gitter absorbiert werden. Barkhausen beobachtete, daß diese Elektronenpendelung eine Schwankung der Elektrodenpotentiale hervorruft, deren Frequenz mit der Elektronenpendelfrequenz übereinstimmt. Diese beobachtete Wechselspannung an den Elektroden ist von vornherein nicht zu erwarten. Denn in jedem Moment δt verläßt den Glühdraht die gleiche Anzahl Elektronen, in jedem Moment durchfliegt das Gitter die gleiche Anzahl, in jedem Moment kehren gleich viele Elektronen vor der Anode um. Da nun Stromstärke und Geschwindigkeit in einem festgehaltenen Punkte zeitlich konstant sind, so ist auch die Dichte $\rho = J/v$ zeitlich konstant. Zeitlich konstante Ströme und Dichten können aber keine zeitlich veränderlichen Wechselfelder erzeugen. Will man die Erregung der Barkhausenschwingungen erklären, so muß man zunächst einmal erklären, wie es kommt, daß die Dichte der Raumladung und die Stromstärke zeitlich schwanken. Der Schlüssel zum Mechanismus der Barkhausenschwingungen ist die Erkenntnis des Grundes dafür, daß sich die Elektronen zu „gemeinsamem Tanze“ ordnen, daß die Pendelbewegung der zu verschiedenen Zeiten vom Glühdrahte abfliegenden Elektronen

verschieden verläuft. Hat man erst das Grundproblem „Wie entsteht aus den in gleichen Zeitabständen vom Glühdrahte abfliegenden Elektronen eine zusammengeballte Raumladungswolke, die hin und her pendelt?“, gelöst, so sind die an den Elektroden auftretenden Wechselspannungen leicht nach den Gesetzen der Elektrizitätslehre zu berechnen.

Über die Lösung dieses Grundproblems, über einige der experimentellen Prüfung zugängliche Folgerungen aus der Theorie und ihre experimentelle Bestätigung soll in der vorliegenden Arbeit berichtet werden. Zunächst soll der Gedankengang rein qualitativ durchgeführt und erst dann in mathematischer Form gebracht werden.

1. Wie kann man beurteilen, ob eine Schwingung sich selbst erregt?

Die Methoden der Behandlung sich selbst erregender Schwingungen sei an dem wohlbekannten Beispiel des rückgekoppelten Röhrengenerators erläutert: Wir gehen z. B. vom Anodenstrom aus und nehmen an, daß dieser infolge eines äußeren Anstoßes schwanke und diese Schwankung eine Amplitude J_a habe. Wir überlegen dann, ob ein Mechanismus vorliegt, der es ermöglicht, daß diese Anodenstromschwankung wieder eine neue Anodenstromschwankung erregt, und in welchem Größenverhältnis die erregte Anodenstromschwankung J'_a zu der ursprünglichen steht. Ist das Verhältnis J'_a/J_a größer als 1, so schaukeln sich die Schwingungen auf, ist es kleiner als 1, so klingen sie ab, ist es gerade 1, so entstehen ungedämpfte Schwingungen von konstanter Amplitude. Beim rückgekoppelten

*) Vorgetragen auf der Professorenkonferenz im Reichspostzentralamt, April 1930.

Röhrengenerator ist nun der Mechanismus, wie bekannt, folgender: Der Anodenstrom erregt den Schwingungskreis und damit eine Anodenwechselspannung, der Schwingungskreisstrom induziert in der Rückkopplungsspule die Gitterspannung, Gitterspannung und Anodenspannung setzen sich zur Steuerspannung zusammen, und diese erregt wieder den Anodenstrom. — Dieselbe Methode kann man auch auf die Theorie der Lichtbogenschwingungen anwenden. Man geht von einem Wechselstrom im Schwingungskreis aus und sucht den Mechanismus auf, nach dem dieser ursprüngliche Wechselstrom wieder einen Wechselstrom erregt. Dieser Mechanismus ist beim Lichtbogen folgender: Der Wechselstrom durchfließt den Lichtbogen. Da die Bogenspannung aber von der Stromstärke abhängt, so entsteht am Bogen eine Wechselspannung. Diese Wechselspannung erregt nun wieder einen Strom im Schwingungskreis. Ist dieser größer als der ursprüngliche Strom, so schaukeln sich die Schwingungen auf. — Bei allen diesen Überlegungen ist außer auf die Größe des erregten Stromes auch auf die Phase zu achten. Der Lichtbogengenerator erregt sich nur, da die Bogenspannung mit wachsender Stromstärke fällt, der Röhrengenerator nur, wenn die Rückkopplungsspule richtig gepolt ist.

Die Anwendung des Prinzips zur Beurteilung der Selbsterregung auf die beiden wohlbekannten Schwingungsgeneratoren, den Lichtbogengenerator und den Röhrengenerator, möge den Leser überzeugen, daß es mit Hilfe dieses Prinzips möglich sein muß, jede sich selbst erregende Schwingung zu behandeln.

2. Von welcher zufällig erregten Anfangsschwingung wird man bei der Behandlung der Barkhausenschwingungen praktischerweise ausgehen?

Leider ist es bei den kurzen Wellen weder möglich, eine Elektrode zu erden oder zwei Elektroden kurzzuschließen, da jedes Drahtstück eine merkliche Selbstinduktion hat, noch eine Elektrode durch eine Drossel völlig abzusperrern, da jede Drossel eine Kapazität hat. Einfache Versuchsbedingungen, bei denen z. B. nur ein Elektrodenpotential schwankt, lassen sich daher leider nicht herstellen. Wir müssen annehmen, daß die Anodenspannung und die Gitterspannung

beide im Vergleich zur Kathodenspannung schwanken. Diesen allgemeinen Fall können wir nun aber immer aus folgenden beiden Spezialfällen zusammensetzen:

a) Anode und Kathode liegen auf zeitlich konstantem Potential und nur die Gitterspannung schwankt. Dieser Fall wurde in einer früheren Arbeit im Jahrbuch für drahtlose Telegraphie, Band 34, 1929, S. 202, behandelt.

b) Das Gitter liegt auf zeitlich konstantem Potential und das Anoden- und Kathodenpotential schwanken, und zwar steigt das Anodenpotential, wenn das Kathodenpotential fällt. Dieser Fall soll in der vorliegenden Arbeit behandelt werden. Später sind dann beide Fälle zu kombinieren.

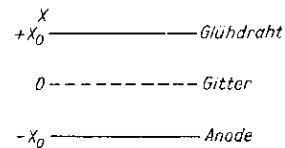


Abb. 1. Ebene Anordnung der Röhre.

Eine Vereinfachung: Wir wollen eine ebene Anordnung der Röhre annehmen. Die Kathode werde durch ein Glühblech oder eine Reihe in einer Ebene angeordneter Glühdrähte gebildet, das Gitter sei ein ebenes Netz, die Anode eine ebene Platte (vgl. Abb. 1). Die Wechselspannungsdifferenzen der Anode und Kathode gegen das Gitter mögen entgegengesetzt gleich groß sein, so daß das elektrische Zusatzfeld infolge dieser Spannungsschwankungen rechts und links des Gitters gleich groß ist.

3. In welcher Weise wird die „gleichmäßige“ Elektronenpendelung von der angenommenen Anoden- und Kathodenpotentialschwankung beeinflusst?

Die Amplitude der im Zeitmoment 1 vom Glühdraht abfliegenden Elektronen wird proportional mit der Zeit anwachsen, die der im Zeitmoment 2 abfliegenden proportional mit der Zeit abnehmen (vgl. Abb. 2). Denn die Elektronen der ersten Sorte finden immer ein sie in ihrer Flugrichtung antreibendes Zusatzfeld, die der zweiten Sorte hingegen ein ihrer Flugrichtung entgegengesetztes bremsendes Zusatzfeld. Die Amplitudenveränderung δx der zu verschiedenen Zeiten abfliegenden Elektronen, die nach einer ganzen Schwingung erreicht wird, ist ebenfalls in

Abb. 2 eingetragen. Wir wollen uns vorstellen, daß die Ausgangswechselspannung u_1 von einem Wechselstrom erregt wird, der in einem an die Elektroden angeschlossenen Schwingungskreis fließt. Die Elektronen der ersten Sorte werden

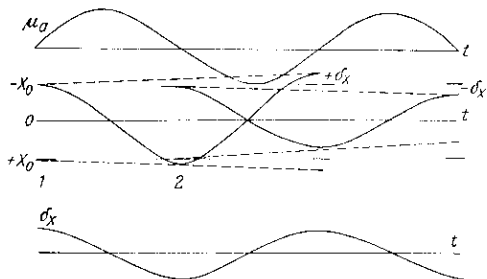


Abb. 2. Einfluß der „Ausgangswechselspannung“ auf die Elektronenbewegung.

diesem Ausgangswechselstrom Energie entziehen, die der zweiten Sorte werden ihm Energie zuführen.

Wenn es nun gelingt, einen Mechanismus ausfindig zu machen, welcher die energieentziehenden Elektronen „aussortiert“ oder die aus der Reihe tanzenden Elektronen beseitigt, die in der richtigen Phase pendelnden hingegen so lange Energie liefern läßt, bis ihre Schwingungsenergie völlig aufgebraucht ist und sie in der Gitterebene zur Ruhe gekommen sind und dann schließlich seitlich auf das Gitter fliegen, so sind wir zu einer Erklärung der Barkhausenschwingungen gelangt.

4. Zwei Möglichkeiten der Aussortierung.

A. Die Anodenaussortierung. Wir wollen annehmen, die Anodengleichspannung sei Null. Dann werden bei ruhendem Anodenpotential die Elektronen gerade vor der Anode umkehren. Wird aber die Amplitude eines Teiles der Elektronen erhöht, so werden diese auf die Anode fliegen und so „aussortiert“ werden. Hierbei geht die von diesen Elektronen aufgenommene Energie verloren. Diese aus einer Halbpendingelung stammende Verlustenergie ist aber sehr viel kleiner als die Energie, welche die in richtiger Phase schwingenden Elektronen bis zum Verbrauch ihrer gesamten Schwingungsenergie abgeben können, so daß ein hinreichender Überschuß zum Anregen der Schwingungen verbleibt.

B. Der unter A. dargestellte Mechanismus setzt voraus, daß die Anodengleichspannung Null oder schwach positiv ist. Es lassen sich nun

aber auch bei negativer Anodenspannung Barkhausenschwingungen erregen. Anodenaussortierung kann erst stattfinden, wenn die Anodenspannungsamplitude größer als die negative Anodengleichspannung geworden ist. Im Moment des Anregens ist das aber noch nicht der Fall. Wir müssen nach einer Möglichkeit des Aussortierens an der Kathode suchen. Es liegt nun der Gedanke nahe, daß die Aussortierung dadurch erfolgen könnte, daß die Elektronen mit vergrößerter Amplitude auf dem Glühdraht zurückfliegen.

Da aber die Elektronen an den Windungen des Spiralgitters eine Ablenkung aus ihrer radialen Bahn erfahren und ein Teil der gewonnenen kinetischen Energie der dem Glühdrahte parallelen Bewegung zugeteilt wird, so werden sie den Glühdraht nicht mehr erreichen, so daß eine Aussortierung am Glühdrahte nicht in Frage kommt.

Zu einem weiteren Aussortiermechanismus, der tatsächlich zu einer Erklärung der Barkhausenschwingung bei negativer Anode führt, gelangen wir aber, wenn wir uns daran erinnern, daß wir es nicht mit einer Pendelbewegung unter der Wirkung einer streng quasielastischen Kraft zu tun haben, sondern mit einer Fallbewegung in räumlich konstanten Feldern. Die gesamte Fallzeit ist um so länger, je größer die Amplitude ist. Die Elektronen mit vergrößerter Amplitude werden also später als bei ungestörter Pendingelung zur Kathode zurückgelangen, erst zu spät ihre zweite Pendingelung antreten und so in eine spätere Phase aussortiert werden. Diesen Mechanismus

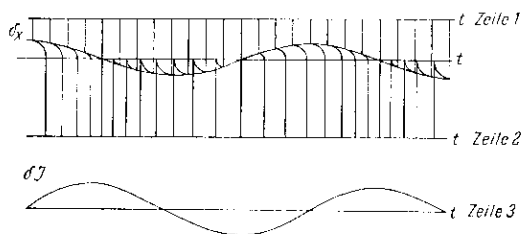


Abb. 3. Zusammenstellung der Elektronenwolke bei Phasenaussortierung.

wollen wir mit „Phasenaussortierung“ bezeichnen. Wie sich diese Phasenaussortierung auswirkt, möge Abb. 3 zeigen. In der oberen Zeile sind die Elektronen gleichmäßig auf der Zeitachse verteilt. Diese Verteilung entspricht

dem ersten gleichmäßigen Abfluge von der Kathode. Der Amplitudenüberschuß δx ist der Abflugverzögerung beim zweiten Abfluge von der Kathode oder besser vom Umkehrpunkt in der Nähe der Kathode proportional; in der qualitativen Abb. 3 ist der Proportionalitätsfaktor $= 1$ gesetzt. Es ergibt sich dann die in der zweiten Zeile eingetragene zeitliche Aufeinanderfolge des zweiten Abfluges. Das Bild zeigt, daß der zweite Abflug am dichtesten erfolgt, wenn sich der Amplitudenüberschuß δx am raschesten vermindert. Wir können also so rechnen, als ob der Anodenstrom in der in der dritten Zeile der Abb. 3 skizzierten Weise schwankte.

C. Eine weitere Möglichkeit, zu Raumladungsdichteschwankungen im Takte der Ausgangs-

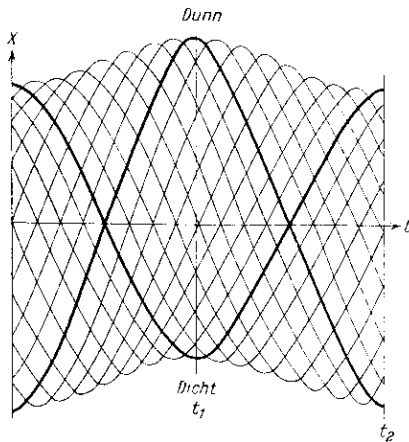


Abb. 4. Elektronendichteänderungen bei schwankender Amplitude.

anodenwechselspannung zu gelangen, ergibt sich, wenn man sich überlegt, in welcher Weise die Elektronen mit der größeren Amplitude die mit der kleineren Amplitude überholen. Die Schnittpunkte der x t -Kurven mit den senkrechten Geraden $t = t_1$ und $t = t_2$ (Abb. 4) geben die Lage der Elektronen in diesen Zeitmomenten an und lassen erkennen, daß zur Zeit t_1 die Elektronen dichter an der Kathode sind; allerdings sind sie auch weiter von der Kathode entfernt. Der erstere Umstand würde zu einer negativen Kathoden-spannung, der andere zu einer positiven Kathoden-spannung führen. Welcher Einfluß überwiegt, kann nur durch die Rechnung entschieden werden. Diese dritte Möglichkeit soll zunächst nicht behandelt werden.

5. Qualitative Diagramme zur Erklärung der Schwingungserregung bei Anoden- und Phasenaussortierung.

A. Die Anodenaussortierung.

Die erste Zeile der Abb. 5 zeigt den zeitlichen Verlauf der Ausgangsanodenspannung. In der zweiten Zeile ist der Amplitudenüberschuß der Elektronen im Moment der Rückkehr zur Kathode aufgezeichnet. Die zur Zeit $3/4 T$ abfliegenden Elektronen finden auf ihrem ganzen Wege zur Anode eine sie vorwärtstreibende positive Anodenzusatz-

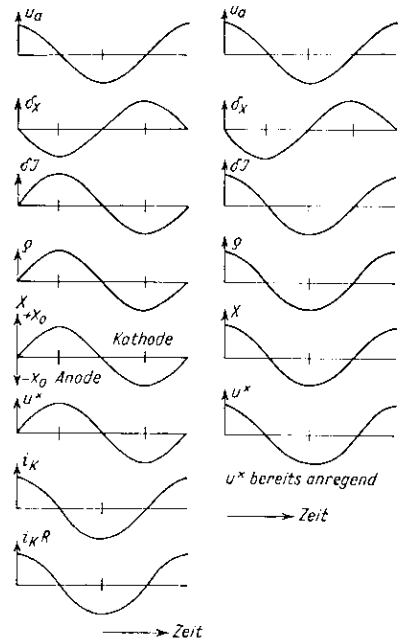


Abb. 5. Anodenaussortierung.

Abb. 6. Phasenaussortierung.

spannung, auf dem ganzen Rückwege eine sie zurücktreibende negative Anodenzusatzspannung, ihre Amplitude wird sich daher vergrößern.

Diese Elektronen werden an der Anode aussortiert; zur Zeit $3/4 T$ werden daher nur wenige Elektronen an die Kathode zurückgekehrt sein und von da wieder abfliegen. Der Elektronenstrom (i_u bezeichnet), seine Schwankung δJ und die Elektronendichte ρ an der Kathode haben ihren kleinsten Wert. Zur Zeit $T/4$ hingegen pendelt die volle Ladung, verstärkt um den dauernd von der Kathode abfließenden Sättigungsstrom, von der Kathode ab. Wir haben den höchsten Strom- und Raumladungsdichtewert zu verzeichnen. Zur Zeit $T/4$ befindet sich der pendelnde negative Raumladungüberschuß bei $+x_0$ an der Kathode,

die Anodenspannung ist positiv, zur Zeit $\frac{3}{4}T$ ist sie negativ. Das gilt nur, solange die Elektroden durch ideale Drosseln abgeriegelt sind. u^* ist also die Leerlaufspannung. Diese Leerlaufspannung vermag die Schwingungen allein noch nicht anzuregen, denn sie hat gegenüber der Ausgangsspannung eine um 90° verschobene Phase. Würde man Anode und Kathode kurzschließen, so flösse der in der nächsten Zeile der Abb. 5 verzeichnete Kurzschlußstrom. Würde man die Elektroden durch einen Widerstand R schließen, so entsteht ein mit u_u in Phase liegender Spannungsabfall, der, falls er größer als u_u ist, zur Anfachung der Schwingungen dienen kann.

B. Die Phasenausortierung.

Wir wollen jetzt annehmen, daß die Anodenspannung negativ ist und „Anodenausortierung“ nicht stattfinden kann.

Die ersten beiden Zeilen der Abb. 6 stimmen mit denen der Abb. 5 überein. Wie in Abb. 3 abgeleitet, sind jetzt aber J_a , ρ und u^* am größten, wenn δx abnimmt. Sie haben daher den in der dritten und folgenden Zeile der Abb. 6 verzeichneten Verlauf. u^* liegt jetzt bereits mit der ursprünglichen Spannung u_1 in Phase und ist zur Schwingungsanregung geeignet. Barkhausenschwingungen können also ohne die Mitwirkung eines äußeren Schwingungskreises entstehen, wenn man nur die Elektroden hinreichend abriegelt. Am besten ist es, sie durch einen Schwingungskreis zu verbinden, der eine kleine Kapazität darstellt oder besser die Kapazität der Elektroden noch zum Teil aufhebt.

6. Qualitative Ermittlung der Amplituden.

a) Die energieliefernde Elektronenwolke besteht aus einer Reihe von Einzelwolken, deren Amplitude infolge der Energieabgabe und deren Dichte infolge der Absorption von Elektronen durch das Gitter abnimmt. Sind die Einzelwolken¹⁾ nach Abgabe ihrer gesamten Energie schließlich in der Gitterebene zum Stillstand gekommen, so wollen wir annehmen, daß sie vollends vom Gitter aufgenommen werden. Ist nun die bremsende Kreisschwingung schwach, so ist die Amplitudenabnahme der Wolkenschwingung gering. Die

¹⁾ Eine gegenseitige Beeinflussung der Einzelwolken sei vernachlässigt.

Wolke wird oft pendeln, bevor sie in der Gitterebene zum Stillstand kommt, die gesamte schwingende Ladung besteht aus zahlreichen Einzelwolken; die Anregung ist stark. Die Schwingungen werden angefacht. Die stärkeren Kreisschwingungen bringen die Wolken rascher zum Stehen; es sind weniger Einzelwolken in Betrieb, und die Anregung wird schwächer. Die Kreisschwingungsamplitude wird so lange ansteigen, bis die Anregung so schwach geworden ist, daß eine weitere Amplitudensteigerung nicht mehr stattfindet. Der stationäre Zustand hat sich eingestellt.

b) Bei Anodenausortierung bildet der Anodenstrom einen Verlust, der mit zunehmender Kreisschwingungsamplitude steigt. Dieser steigende Verlust wird, auch wenn man die Abnahme der Erregungsfähigkeit mit der Amplitude nicht berücksichtigt, die Kreisschwingungsstärke begrenzen.

7. Falls der Spannungsabfall im äußeren Kreise zusammen mit der Leerlaufspannung eine Spannung ergibt, die gegen die ursprüngliche Spannung phasenverschoben ist, so wird sich zur Aufhebung dieser Phasenverschiebung die Pendelfrequenz ein wenig ändern. Hierdurch sinkt die „Anregung“. Ebenso entspricht die mit abnehmender Amplitude pendelnde und sich immer wieder durch den Sättigungs - Anodenstrom ergänzende pendelnde Ladung der in Abb. 7

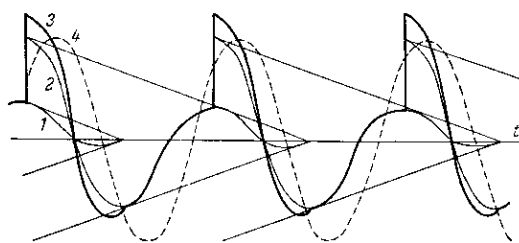


Abb. 7. Zusammensetzung der pendelnden Wolke aus Teilwolken.

gestrichelt gezeichneten etwas phasenverschobenen Schwingung. Alle diese Phasenverschiebungen sollen aber in dieser Arbeit noch nicht berücksichtigt werden.

8. Ein erstes experimentell prüfbares Ergebnis der Theorie.

Die volle Ergänzung der pendelnden Raumladung durch den vom Glühdraht abfließenden Sättigungsstrom wird nur dann stattfinden, wenn

wir nicht im Raumladungsbereich der Kennlinie arbeiten. Im Raumladungsbereich würde nämlich die Wolke den Elektronenstrom gerade dann sperren, wenn dieser sie ergänzen soll, und dann voll einschalten, wenn sie zur Anode herübergeschwungen ist und der Strom am Glühdraht möglichst klein sein soll. Wir müssen daher immer im Sättigungsgebiet arbeiten. Das läßt sich experimentell sehr schön durch einen Versuch zeigen, den mein Mitarbeiter Helmholtz durchgeführt hat. Man läßt eine stark emittierende Röhre bei etwa 50 Volt Gitterspannung schwingen und steigert den Heizstrom. Die Schwingungen werden zunächst, wie zu erwarten, stärker. Sowie man aber in das Raumladungsbereich der Kennlinie kommt, löschen sie aus. Arbeitet man mit höherer Gitterspannung, so tritt das Auslöschen erst bei stärkerer Heizung ein, dem späteren Eintritt der Sättigung entsprechend.

Mathematische Formulierung der Theorie.

Um zu weiteren experimentell prüfbareren Resultaten zu gelangen, müssen wir die bisher nur qualitativ vorgetragene Theorie in mathematische Form bringen.

1. Berechnung der Frequenz aus den Dimensionen und Spannungen.

Die Linie 1 bis 2 der Abb. 8A stelle eine Elektronenbahn durch das Potentiallinienfeld der

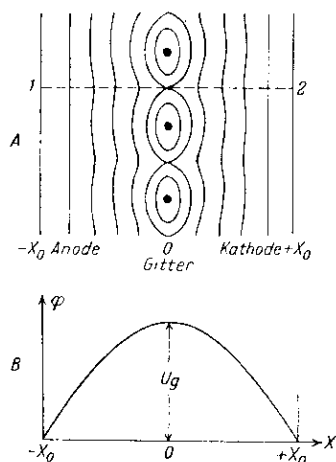


Abb. 8. Potentialverlauf in der Röhre.

Röhre dar. Auf dieser Bahn verläuft die Spannung wie in Abb. 8B gezeichnet. Wir können diesen Verlauf durch eine Parabel

$$\varphi = U_g \left[1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \right]$$

annähern. U_g ist etwas kleiner wie die Gitterspannung. Wir wollen U_g aber trotz dieser kleinen Abweichung als Gitterspannung bezeichnen.

Da die Feldstärke $\mathcal{E} = -\frac{d\varphi}{dx}$ und die Kraft auf die Elektronen $= e\mathcal{E}$ ist, so sehen wir, daß die Elektronen von einer quasielastischen Kraft $K = -\frac{2U_g e x}{x_0^2} = px$ ($p = \frac{2eU_g}{x_0^2}$) in die bei $x = 0$ liegende Gitterebene gezogen werden. Es sei darauf hingewiesen, daß es sich bei dieser Darstellung der Wirkung des positiv geladenen Gitters um eine Annäherung handelt. Mit abnehmender Amplitude wird der Parabelparameter, mit ihm die Federkonstante p und die Eigenfrequenz $\omega^2 = \frac{p}{m} = \frac{2eU_g}{m x_0^2}$ größer. Wir werden diese Bemerkung später bei der „Phasenausortierung“ brauchen.

Die Berechnung der Frequenz für negative Anodenspannungen, zylindrische Röhren usw. ist von Scheibe, Ann. d. Phys. **73**, S. 54, 1925, durchgeführt.

2. Das Zusatzwechselfeld infolge der Ausgangsanodenspannung U .

Es sei daran erinnert, daß in der vereinfachten ebenen Anordnung die Spannung zwischen Gitter und Anode ebenso groß sein soll wie die Spannung zwischen Gitter und Kathode. Die Ausgangsspannung liefert also ein Zusatzfeld $\mathcal{E}' = \frac{U}{2x_0}$, das rechts und links des Gitters gleich groß ist (Abb. 1). Für die Elektronenbewegung erhalten wir die Differentialgleichung:

$$m x'' + px = \frac{U e}{2x_0} \cos \omega t$$

mit den Anfangsbedingungen:

$$x = +x_0; \quad \frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{für } t = 0$$

und der Lösung:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos \omega(t - t_0) + \frac{eU}{4x_0 m \omega^2} \omega(t - t_0) \sin \omega t \\ &= x \cos \omega(t - t_0) + \frac{U x_0}{8 U_g} \omega(t - t_0) \sin \omega t. \end{aligned}$$

Denn setzt man den Wert für ω^2 ein, so erhält man für $\frac{U e}{4 m x_0 \omega^2}$ den Wert $\frac{U x_0}{8 U_g}$. Die Dimension ist richtig die einer Länge. Hierin bedeutet x_0

die Entfernung der Kathode vom Gitter, t_0 die Abflugzeit des Elektrons, während t die laufende Zeit ist. Die Formel zeigt, daß der Verlauf der Schwingungen der zu verschiedenen Zeiten t_0 abfliegenden Elektronen ein verschiedener ist. Wählt man $\omega t_0 = 3\pi/2$, so tritt $\sin \omega t$ an Stelle von $\cos \omega(t - t_0)$. Die Amplitude der Elektronenbahn vergrößert sich maximal. Setzt man hingegen $\omega t_0 = \pi/2$, so verringert sich die Amplitude am stärksten. Die Abweichung des Amplitudenwerts nach Verlauf von einer Schwingung $[\omega(t - t_0) = 2\pi]$ von x_0 ist dann

$$\delta x = -\frac{\pi x}{4 U_g} U \sin \omega t$$

oder komplex geschrieben:

$$\delta x = -i \frac{\pi x_0}{4 U_g} \cdot U = \mathfrak{C} \cdot U,$$

wobei

$$\mathfrak{C} = -i \frac{\pi x_0}{4 U_g}.$$

(Vgl. Zeile 2 der Abb. 5.)

3. Berechnung der zeitlichen Schwankung der durch die pendelnde Raumladung dargestellten Stromdichte an der Kathode.

Die Stromdichte schwankt in demselben Maße, nur mit umgekehrtem Vorzeichen wie der durch die Anodenaussortierung entstandene Anodenstrom. Um diesen zu berechnen, wollen wir von dem einfachen Falle ausgehen, daß die Anodenspannung der Spannung der Heizfadenmitte gleich ist. Es fließt dann $I_s/2$ auf die Anode. Die Heizspannung sei mit u_h bezeichnet. Steigt jetzt die Anodenspannung um δu , so wird der Anodenstrom auf $I_s \left(\frac{1}{2} + \frac{\delta u}{u_h} \right)$ steigen, sinkt sie um δu , so wird der Anodenstrom auf $I_s \left(\frac{1}{2} - \frac{\delta u}{u_h} \right)$ fallen. Statt die Anodenspannung zu steigern, kann man auch die kinetische Energie der ankommenden Elektronen um $\delta u = \frac{m}{2\epsilon} (v_1^2 - v_0^2)$ steigern. Hierin ist für v_1 $\omega(x_0 + \delta X)$, für v_0 ωx_0 einzusetzen. Man erhält für δu :

$$\delta u = -\frac{m\omega^2}{2\epsilon} [(x_0 + \delta X)^2 - x_0^2] = \frac{m\omega^2}{\epsilon} x_0 \delta X.$$

Der Raumladungsstrom sinkt, wenn der Anodenstrom steigt; δX , die Amplitudenvergrößerung

an der Anode, wird gleich $1/2 \delta x$. Durch Einsetzen erhalten wir schließlich:

$$\frac{\delta J}{J_0} = -\frac{m\omega^2 x_0 \delta x}{2\epsilon u_h} = -\frac{U_g \delta x}{u_h x_0} = a_u \delta x.$$

$a_u = -\frac{U_g}{u_h x_0}$ sei mit „Anodenaussortierfaktor“ bezeichnet. Damit ist die dritte Zeile der Abb. 5 berechnet²⁾.

Da wir die Raumladungsverteilung und ihre Schwankung mit der Zeit wieder für beide Aussortierungen gemeinsam berechnen können, sei zunächst

der „Phasenaussortierfaktor“ berechnet. Hierzu müssen wir die Veränderung der Laufzeit t in Abhängigkeit von x berechnen, um den Proportionalitätsfaktor, den wir (in der qualitativen Abb. 2) = 1 setzten, zu ermitteln. $T + \delta T$ setzt sich zusammen aus den vier Flugzeiten

$$\sqrt{\frac{2\epsilon}{b}} \left[\sqrt{\frac{2\epsilon}{b}} \left(x + \frac{\delta x}{2} \right) + \sqrt{\frac{2\epsilon}{b}} (x + \delta x) \right]$$

Hierin ist b die als räumlich konstant angenommene Beschleunigung. Man erhält:

$$T + \delta T = \sqrt{\frac{2\epsilon x_0}{b}} \left[1 + 2 \left(1 + \frac{\delta x}{4x_0} \right) + \left(1 + \frac{\delta x}{2x_0} \right) \right] = \sqrt{\frac{2\epsilon x_0}{b}} \left(4 + \frac{\delta x}{x_0} \right)$$

und, da $\sqrt{\frac{2\epsilon x_0}{b}} = T/4$,

$$T + \delta T = T \left(1 + \frac{\delta x}{4x_0} \right) \quad \text{oder} \quad \frac{\delta T}{T} = \frac{\delta x}{4x_0}.$$

Man kann auch $\frac{\delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\delta \omega}{\omega}$ setzten, wobei der Faktor $1/2$ das allmähliche Anwachsen der Amplitude von x_0 auf $x_0 + \delta x$ berücksichtigt, und für ω den Wert $\sqrt{\frac{2\epsilon U_g}{m x_0^2}}$ einsetzen. Dabei bedenke man, daß auch U_g mit wachsender Amplitude ansteigt. Auf beiden Wegen kommt man zu der einfachen Beziehung $\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta x}{4x_0}$.

Der Proportionalitätsfaktor der Abb. 3 ist somit zu $\frac{T}{4x_0}$ berechnet. Die ursprünglich gleichmäßige Stromstärke J_0 steht zu der schwankenden

²⁾ Bei fremdgeheizten Äquipotentialkathoden muß noch die Ablenkung der Elektronen aus der radialen Bahn durch die Gitterdrähte berücksichtigt werden.

Stromstärke $J_0 + \delta J$ im Verhältnis $\frac{d(t + \delta T)}{dt}$,

hieraus berechnet sich δJ zu $-J_0 \frac{d \delta T}{d T}$, und,

wenn man den Wert für δT einsetzt:

$$\delta J = -J_0 \frac{T}{4 x_0} \frac{d}{dt} (\delta x e^{i \omega t})$$

mit der komplexen Amplitude:

$$\delta J = -\frac{2 \pi i \omega \delta x}{4 \omega x_0} \left(T = \frac{2 \pi}{\omega} \right).$$

$a_{ph} = -\frac{i \pi}{2 x_0}$ heiße „Phasenausortierfaktor“. Damit

ist auch die dritte Zeile der Abb. 6 berechnet.

4. Die Abhängigkeit der Raumladung von Ort und Zeit.

Zwei Elektronen, die zur Zeit t an die Stellen x und $x + dx$ gekommen sind, haben den Glühdraht zur Zeit t_0 und $t_0 + dt$ verlassen (vgl. Abb. 9A und B). In einer Scheibe vom Quer-

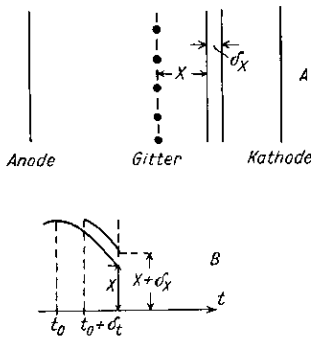


Abb. 9. Raumladungsdichte und Elektronenstrom.

schnitt von 1 cm^2 und der Dicke dx ist dann die Ladung $J(t_0) dt$ angehäuft; die Dichte der Raumladung ist dann $\rho = J(t_0) \frac{dt_0}{dx}$ (vgl. Tank u.

Schiltknecht, Helvetica physica acta, Bd. I H. 2). Für $\cos \omega(t - t_0)$ ist x/x_0 , für t_0 ist $t - (t - t_0)$ zu setzen; wir erhalten dann mit $\alpha = \alpha_a$ bzw. α_{ph}

$$\rho = \frac{J_0 (1 + \alpha \mathcal{C} U e^{-i \arccos(x/x_0)})}{\omega x_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}},$$

denn:

$$\begin{aligned} dx/dt_0 &= + \omega x_0 \sin \omega(t - t_0) = \omega x_0 \sin \arccos \frac{x}{x_0} \\ &= \omega x_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^2}. \end{aligned}$$

Um eine reelle Formel zu erhalten, setzen wir $\alpha \mathcal{C} = a C e^{i \varphi}$. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{J_0}{\omega x_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}} \left[1 + a C U J_0 \cos \left(\omega t + \varphi - \arccos \frac{x}{x_0} \right) \right] \\ &= \rho_0 + \frac{x/x_0 a C J U \cos(\omega t + \varphi)}{\omega x_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}} - \frac{a C J_0 U \sin(\omega t + \varphi)}{\omega x_0}. \end{aligned}$$

Da $\sin \omega(t - t_0) = \sqrt{1 - (x/x_0)^2}$ auf dem Hinwege $= -\sin \omega(t - t_0) = \sin [2\pi - \omega(t - t_0)] = -\sqrt{1 - (x/x_0)^2}$ auf dem Rückwege, heben sich diese beiden von x freien Glieder auf, während die x proportionalen sich addieren. Wir erhalten für ρ die bei einem Hin- und Hergang entstehende Raumladungsdichte:

$$\rho = 2 \rho_0 + \frac{2 a C J_0 U (x/x_0)}{\omega x_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}} \cos(\omega t + \varphi),$$

wobei

$$\rho_0 = \frac{J_0}{\omega x_0 \sqrt{1 - (x/x_0)^2}}$$

wird. Hierbei gilt folgende Tafel:

	α	\mathcal{C}	$a C$	φ
Anodenausortierung	$\alpha_a = -\frac{U_g}{u_h x_0}$	$i \pi x_0 / 4 U_g$	$\pi / 4 u_h$	-90°
Phasenausortierung	$\alpha_{ph} = -i \frac{\pi}{2 x_0}$	$i \pi x_0 / 4 U_g$	$\pi^2 / 8 U_g$	0°

Um eine Anschauung von der hin und her schwankenden Raumladung zu geben, sind die Dichteverteilungen für $t = 0, T/12, 2T/12, 3T/12$ usw. in Abb. 10 dargestellt. Diese Kinematographenstreifen bilden die Ausführung zu Zeile 4 der Abb. 5 und 6. Da $d^2 \rho / dx^2 = 4 \pi \rho$, so ist die Potentialverteilung ($\varphi - x$ -Kurve) durch zweimalige Integration zu finden. Für abgeriegelte Elektroden bestimmt sich die erste Integrationskonstante aus der Bedingung, daß die Feldstärken an den Elektroden entgegengesetzt gleich sein sollen. Für die Leerlaufspannung erhalten wir auf diese Weise:

$$\begin{aligned} u^* &= 4 \pi f d x f \delta \rho dx \\ &= 2 \cdot \frac{a C J_0 U}{\omega x_0} \cdot 4 \pi \cdot \frac{x_0^2 \pi}{2} \cos(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{4 \pi^2 a C J_0 x_0 U \cos(\omega t + \varphi)}{\omega}. \end{aligned}$$

Damit ist die fünfte Zeile der Abb. 5 und 6 berechnet. Setzt man schließlich noch die Werte

für a_a und a_{ph} ein, so erhält man für die Leerlaufspannungen:

Für Anodenaussortierung:

$$u^* = D_a U; \quad D_a = \frac{i \pi^3 J_0 x_0}{\omega u_h}$$

Für Phasenaussortierung:

$$u^* = D_{ph} U; \quad D_{ph} = \frac{\pi^4 J_0 x_0}{2 \omega U_g}$$

Diskussion des Resultates: Der Anregungsfaktor D steigt mit I_0 , man wird also so hoch wie möglich zu heizen haben. Erst wenn man

u_h im Nenner. Kleine Röhren mit schwacher Emission werden sich daher nur durch Anodenaussortierung erregen lassen. Experimentell erkennt man das daran, daß sie nur bei positiver Anodenspannung schwingen.

Ferner ist der Anregungsfaktor proportional x_0 . Verkleinern wir x_0 durch Anlegen einer negativen Anodenspannung, welche die Elektronen bereits in größerer Entfernung von der Anode zum Umkehren zwingt, so wird der Anregungsfaktor ebenfalls verkleinert. Bei einer Steigerung der negativen Anodenspannung werden die Schwingungen schließlich erlöschen. Zunächst können sie allerdings wegen der Abnahme der Anodenverluste ansteigen. Hierauf soll in einem späteren Abschnitt noch eingegangen werden.

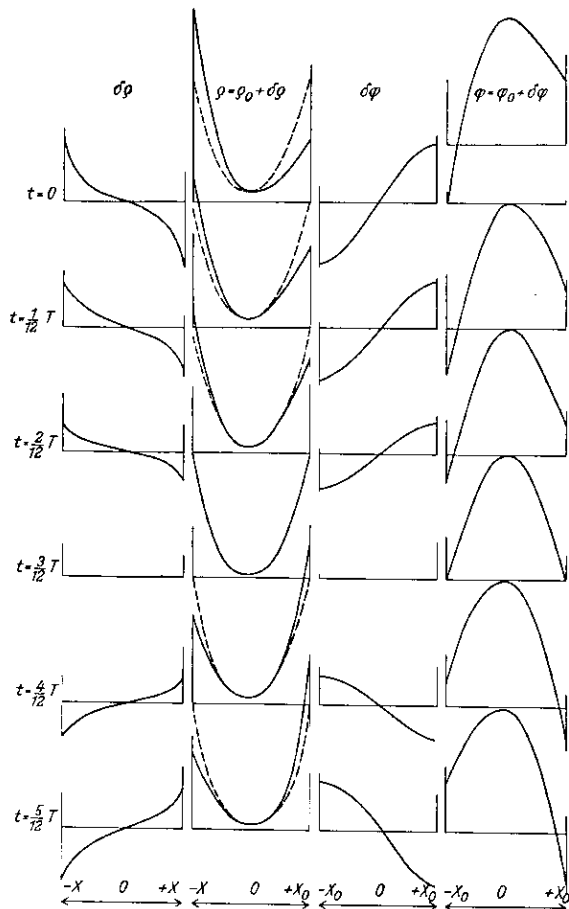


Abb. 10. Zeitlicher und räumlicher Verlauf der Raumladungsdichte und des Potentials.

in das Raumladungsgebiet der Kennlinie kommt, ist einer weiteren Steigerung der Emission eine Grenze gesetzt. Da man aber zur Erzeugung kurzer Wellen so hohe Gitterspannungen anwenden muß, daß das Raumladungsgebiet nicht erreicht wird, so bestätigt die Formel die allgemeine Erfahrung, daß man Kurzwellenröhren recht stark heizen soll.

Dann steht beim Phasenaussortierfaktor das große U_g , beim Anodenaussortierfaktor das kleine

5. Abhängigkeit des Anregungsfaktors von der Amplitude.

Bisher war nur die Anregung durch die bei einer Pendelung entstehende Raumladung behandelt worden. Die Gesamtwolke besteht aber aus einer größeren Anzahl von Teilwolken, deren Dichte infolge der Absorption von Elektronen durch das Gitter immer kleiner wird. In erster Annäherung nehmen wir dabei an, daß die Amplitude nicht, wie in Wirklichkeit, kontinuierlich, sondern ruckweise nach jeder vollen Schwingung abnimmt. Bei jeder ganzen Schwingung möge die Dichte auf den β ten Teil abgenommen haben. Außerdem nimmt die Amplitude je Schwingung um δx infolge der Energielieferung an die Kreis-schwingung ab. δx hatten wir im Abschnitt 2 bereits berechnet. Die Anzahl der Einzelwolken ist also $x_0/\delta x$. Der x_0 proportionale Anregungsfaktor verkleinert sich für jede folgende Wolke im Verhältnis $1 - \frac{n \delta x}{x_0}$. Die Gesamtanregung wird daher:

$$D = D_1 \left\{ 1 + \beta \left(1 - \frac{\delta x}{x_0} \right) + \beta^2 \left(1 - \frac{2 \delta x}{x_0} \right) + \beta^3 \left(1 - \frac{3 \delta x}{x_0} \right) + \dots + \beta^{\frac{x_0}{\delta x}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{\delta x} - 2 \right) \frac{\delta x}{x_0} + \beta^{\frac{x_0}{\delta x} - 1} \frac{\delta x}{x_0} \right] \right\}$$

Hicrin bedeuten D_{a1} und D_{ph1} bzw. D_1 die für eine Schwingung berechneten Anregungsfaktoren. Für sehr kleine Amplituden erreicht der Anregungsfaktor seinen größten Wert $D = \frac{D_1}{1 - \beta}$. Wird

$\delta x = x_0$, d. h., hat die Wolke bereits nach einer Schwingung ihre gesamte Energie abgegeben, so sinkt der Anregungsfaktor auf $D = D_1 \frac{1 + \beta^2}{2}$; die

Anfangsteilheit der $D \cdot \frac{\delta x}{x_0}$ -Kurve berechnet sich

zu $\frac{dD}{d(\delta x/x_0)} \Big|_{x_0} (\delta x = 0) = -[\beta + 2\beta^2 + 3\beta^3 + \dots + n\beta^n + \dots] = -\frac{x_0 \Delta}{D_1 U}$. Die Abhängigkeit des

Anregungsfaktors von $\delta x/x_0$ ist für drei verschiedene β -Werte in der Abb. 11 dargestellt.

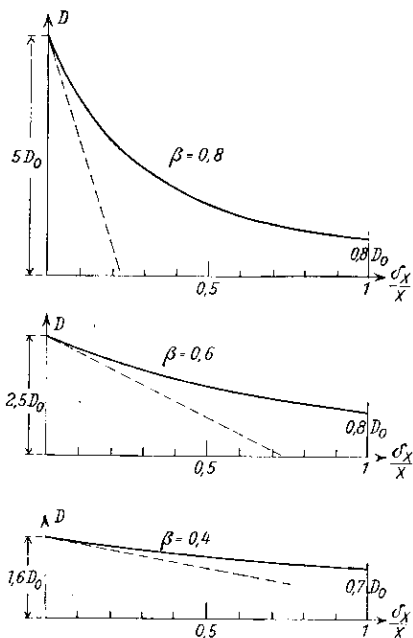


Abb. 11. Anregungsfaktor in Abhängigkeit von der Gitterdurchlässigkeit β und der Amplitude $\frac{\delta x}{x_0} = \frac{\pi U}{4 U_g}$.

Für nicht allzu große Amplituden können wir den Anregungsfaktor jedenfalls durch $\frac{D_1}{1 - \beta} \Delta U$ darstellen.

6. Abhängigkeit des Anregungsfaktors von der Phase.

Falls an die Röhre Kreise angeschlossen sind, die einen komplexen Anregungsfaktor erfordern, wird sich die Frequenz der Systemschwingung etwas ändern müssen. Wir nennen die Elektroneneigenfrequenz wieder ω , die hiervon ein wenig abweichende Frequenz der sich einstellenden

Systemschwingungen aber $\omega + \delta \omega$. Unsere Ausgangsgleichung erhält dann die Gestalt:

$$m x'' + p x = A \cos(\omega + \delta \omega) t$$

mit der Lösung:

$$x = x_0 \cos \omega(t - t_0) + \frac{A}{m(\omega^2 - (\omega + \delta \omega)^2)} \cos(\omega + \delta \omega)t - \cos \omega t$$

und mit $B = \frac{A}{2m\omega^2}$; $\omega_0 = \omega + \delta \omega$:

$$x = x_0 \cos \omega(t - t_0) + \frac{2B[\cos \omega t (\cos \delta \omega t - 1) - \sin \omega t \sin \delta \omega t]}{1 - \left(\frac{\omega - \delta \omega}{\omega}\right)^2}$$

Für sehr kleine $\delta \omega t$ erhält man durch Reihenentwicklung nach $\delta \omega t$:

$$x = x_0 \cos \omega(t - t_0) + B \cos \omega t \left[1 - \frac{(\delta \omega t)^2}{2} - 1 \right] \sin \omega t \cdot \delta \omega t + B \frac{1}{2} \left[1 - \left(1 + \frac{\delta \omega}{\omega} \right)^2 \right] x_0 \cos \omega(t - t_0) + \frac{B(\delta \omega t)}{\delta \omega/\omega} \sin \omega t.$$

Das ist unsere alte Lösung. Für größere Werte von $\delta \omega/\omega$ erhält man eine Schwingung mit ständig veränderlicher Phase:

$$x = x_0 \cos \omega(t - t_0) + B_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

wobei

$$B_0 = B \sqrt{(\cos \delta \omega t - 1)^2 + \sin^2 \delta \omega t} = B \sqrt{2(1 - \cos \delta \omega t)} = \frac{2B}{\delta \omega/\omega} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\delta \omega}{\omega} \right)$$

und

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sin \delta \omega t}{\cos \delta \omega t - 1}$$

Um den Momentanwert von B und φ nach Verlauf einer ganzen Schwingung zu erhalten, hat man für $\delta \omega t = 2\pi \delta \omega/\omega$ einzusetzen. Für $\delta \omega/\omega = 1/8$ würde man z. B. $B_0 \approx 3/4 B$, $\text{tg } \varphi = -0,4$, $\varphi = -22^\circ$ erhalten.

B_0/B ist also immer noch nicht wesentlich von 1 verschieden. Die Phasenverschiebung steigt bei jeder weiteren Pendelung. Bei geringer Gitterabsorption werden also bereits bei unbedeutenden Frequenzabweichungen große Phasenverschiebungen auftreten, ohne daß der Anregungsfaktor sich wesentlich ändert. Wir wollen daher bei den qualitativen Berechnungen der Amplitude auf diese Phasenverschiebungen noch keine Rück

sicht nehmen. Wir wollen lediglich anmerken, daß bei Phasenverschiebungen von 90° die Schwingungen erlöschen werden, und daß die Erhöhung der Frequenz zu einem B mit negativer Phase führt oder daß eine Frequenzerhöhung stattfindet, wenn der angeschlossene Kreis ein B mit negativer Phase erfordert.

7. Zusammenarbeit der Röhre mit äußeren Kreisen.

Vorbemerkung: Wir denken uns den äußeren Kreis, ein Lechersystem mit geringer Dämpfung, an Glühdraht und Anode angeschlossen, in der Mitte geerdet und das Gitter ebenfalls geerdet, so daß unseren Annahmen entsprechend das Gitterpotential zeitlich ruht und das Anodenpotential steigt, wenn das Glühdrahtpotential fällt. In praxi schließt man Anode und Gitter an das Lechersystem an. Man wählt die beiden großflächigen Elektroden und nicht den kleinflächigen Glühdraht, damit die schwingende Raumladung, den großen Elektrodenflächen entsprechend, große Ladungen und Ströme in das zu erregende Lechersystem schiebt. Der durch die Selbstinduktion der Zuleitungen hinreichend abgeriegelte Glühdraht nimmt dann durch Influenz der schwingenden Raumladung auch etwa die in der Theorie vorausgesetzten Spannungen an.

Der Widerstand eines am Ende kurzgeschlossenen Lechersystems mit geringer Dämpfung

$\Re = i \left[\frac{L}{C} \operatorname{tg} \omega \sqrt{LC} t \right]$ ist in Abb. 12A dargestellt.

Von der Herabsetzung des reellen Teiles des D -Wertes durch Phasenverschiebungen wollen wir in dieser Arbeit absehen und angenähert auch bei Phasenverschiebungen den oben berechneten D -Wert einsetzen.

Nun können wir die Zusammenarbeit von Röhre und Lechersystem berechnen. Wir wollen zunächst den Dämpfungswiderstand ganz weglassen.

Die Anodenspannung setzt sich dann zusammen aus der Leerlaufspannung $u^* = D \mathfrak{U}$ und der Spannung Q_1/C infolge der Aufladung der Elektroden mit der Ladung Q . Andererseits ist sie gleich dem Spannungsabfall des erregten Stromes Q' im Lechersystem. Wir erhalten also die Gleichungen

$$D \mathfrak{U} + Q_1/C = \mathfrak{U} = L Q' \text{ bzw. } Q_1/C_1;$$

$$D \geq \frac{\omega^2 L}{\omega^2 L^2} \frac{1}{C} = 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \text{ bzw. } D \geq C_1 \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} \right),$$

je nachdem das Lechersystem einen induktiven oder kapazitiven Widerstand darstellt. Haupt-

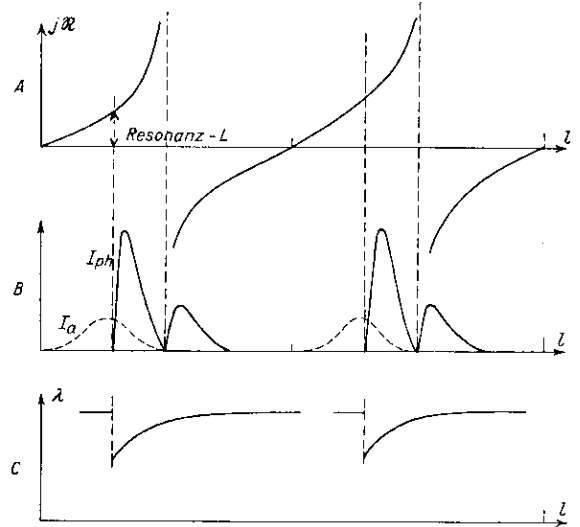


Abb. 12. Zusammenarbeit der Röhre mit einem Lechersystem.

sächlich werden Schwingungen auftreten, wenn sich die Induktivität des Lechersystems von ∞ bis zum Resonanzwert $L = \frac{1}{\omega^2 C}$ verringert.

Bei der Annäherung an den Resonanzwert sinkt

$D = \frac{D_1}{1 - \beta} - \Delta \mathfrak{U}$ auf Null herab; \mathfrak{U} steigt also

auf $\mathfrak{U} = \frac{D_1}{\Delta(1 - \beta)}$. Nach der vereinfachten Theorie

müßte in der Resonanzlage die Schwingung am stärksten sein und dann plötzlich abfallen. Infolge des Widerstandes und der durch ihn verursachten Phasenverschiebungen erfolgt der Abfall nicht plötzlich, sondern nur steil (vgl. Abb. 12B). Wenn D größer wie 1 ist, so können auch noch in dem Gebiete großer $1/C_1$ -Werte schwache Schwingungen auftreten. Diese werden mit zunehmendem $1/C_1$, d. h. in Abb. 12 nach links hin zunehmen, bei $1/C_1 = \infty$ ihr Maximum erreichen und dann steil abfallen. Beide Sorten von Schwingungen sind auch beobachtet und von Tank und Schiltknecht (Acta Helvetica, Bd. I, H. 2, S. 127) mitgeteilt worden. Tank deutet diese schwachen Schwingungen allerdings anders. Welche der

beiden Deutungen richtig ist, müssen erst weitere Versuche entscheiden.

Für die Anodenaussortierung gilt folgende Anregungsgleichung:

$$\begin{aligned}
 -iD &= \frac{i\omega L + R + 1/i\omega C}{i\omega L + R} \\
 &= \frac{\left(i\omega L + R + \frac{1}{i\omega C}\right)(-i\omega L + R)}{\omega^2 L^2 + R^2} \\
 &= \frac{(\omega^2 L^2 - L/C + R^2) - iR/\omega C}{\omega^2 L^2 + R^2},
 \end{aligned}$$

und wenn wir auf die Verringerung von D durch Phasenverschiebungen wieder keine Rücksicht nehmen:

$$D > \frac{R}{\omega C (\omega^2 L^2 + R^2)}$$

Wir haben also auch jenseits der Resonanz, in der die phasenangeregten Schwingungen erlöschen,

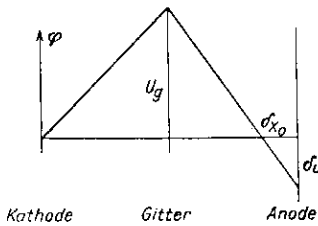


Abb. 13. Elektronenamplitude und Anodenvorspannung.

noch eine Schwingung. Das läßt sich experimentell sehr leicht durch folgenden Versuch bestätigen, den ebenfalls mein Mitarbeiter Helmholz angestellt hat: Man suche bei schwach negativer Anodenspannung das Gebiet auf, in dem die Schwingungen erlöschen, mache dann die Anodenspannung positiv, und man wird finden, daß Schwingungen auftreten.

8. Phasenverschiebungen und Frequenzänderungen.

Um die Frequenz phasenangeregter Schwingungen zu ermitteln, müssen wir in der Anregungsgleichung auch den Widerstand berücksichtigen. Sie lautet dann:

$$\begin{aligned}
 D &\geq \frac{i\omega L + R + 1/i\omega C}{i\omega L + R} \\
 &= \frac{(\omega^2 L^2 - L/C + R^2) - iR/\omega C}{\omega^2 L^2 + R^2}
 \end{aligned}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\cos(2\pi\delta\omega/\omega) - 1}{\sin(2\pi\delta\omega/\omega)}$$

berechnet sich zu

$$\frac{R}{\omega C (\omega^2 L^2 + R^2)}$$

Hieraus ergibt sich ein positives $\delta\omega$, d. h. eine Erhöhung der Frequenz, die bis zum Erlöschen der Schwingungen weiter ansteigt. Auch dieser Frequenzanstieg ist vielfach beobachtet und z. B. von Hollmann in seinem zusammenfassenden Bericht mitgeteilt worden (vgl. Abb. 12C).

9. Der Amplitudenverlauf bei steigender negativer Anodenspannung; Anodenverluste; die Kröbelschen Messungen (Abb. 14).

Wenn man die Anodenspannung negativ wählt, so werden die Elektronen bereits in größerem Abstände von der Anode umkehren. Hierdurch wird gewissermaßen der Elektrodenabstand verkleinert, x_0 verringert sich mit zunehmender negativer Anodenspannung. Da nun der Anregungsfaktor D und auch Δx_0 proportional ist, kann man in erster Annäherung setzen:

$$\left(\frac{D}{1-\beta} - \Delta U\right) (1 - \alpha\delta u) \frac{\omega^2 L^2 - L/C + R^2}{\omega^2 L^2 + R^2} = K,$$

wobei δu die negative Anodenspannung, α ein Proportionalitätsfaktor $\left[\alpha = \frac{1}{U_g}, \text{ siehe Abb. 13}\right]$

ist. Bei einer bestimmten maximalen Anodenspannung δu_{max} , die sich aus der Gleichung $\frac{D}{1-\beta} (1 - \alpha\delta u_{\text{max}}) = K$ berechnet, erlöschen die

Schwingungen. Führt man in die Anregungsgleichung δu_{max} und $\delta = \delta u_{\text{max}} - \delta u$ ein, so erhält man für die Abhängigkeit der Amplitude von δ die Gleichung $\Delta U = \frac{D\alpha\delta}{(1-\beta)(1-\alpha\delta u)}$, deren

Verlauf dem rechten Ast der Kröbelschen Intensitätskurve (Abb. 14) gleicht.

Diese Kurve würde bis $\delta u = 0$ weitersteigen, wenn nicht die Schwingungen so groß würden, daß Anodenverluste aufträten. Diese drücken mit weiter abnehmender negativer Anodenvorspannung δu die Schwingungsintensität wieder herab. Um auch den linken Ast der Kröbelschen Kurve zu berechnen, müssen wir die Vergrößerung des Widerstandes durch die Anodenverluste V_a berücksichtigen. Zunächst sind die

$$\begin{aligned}
 \text{Anodenverluste } V_a \text{ zu berechnen. } V_a &= \frac{1}{T} \int i u dt \\
 &= \frac{\omega}{2\pi} \int i u dt, \text{ wobei } u = U \cos \omega t; i = \gamma (\delta x - \delta x_0).
 \end{aligned}$$

Hierbei ist $\delta x - \delta x_0$ das Stück, das die Elektronen über die Anode hinausfliegen würden. Es erscheint plausibel, den Anodenstrom diesem Stücke proportional zu setzen. Die Integrationsgrenzen sind

$$\pm \arccos \frac{\delta x_0}{\delta x}. \text{ Denn wenn } \delta x \cos \omega t < \delta x_0,$$

erreichen die Elektronen die Anode nicht, es fließt kein Anodenstrom (die Heizspannung ist hier vernachlässigt!). Wir hatten δx_0 zu $x_0 \delta u / U_g$, δx zu $\mathcal{U} = \pi x_0 \mathcal{U} / 4 U_g$ berechnet. Daher ist $\delta x_0 / x_0 = 4 \delta u / \pi \mathcal{U}$.

Die Ausführung der Integration ergibt:

$$V_a = \frac{2 \pi \omega \gamma x_0}{2 \pi \cdot 4 U_g} \mathcal{U}^2 \left[1 - \frac{4 \delta u}{\pi \mathcal{U}} \right] \sqrt{1 - \left(\frac{4 \delta u}{\pi \mathcal{U}} \right)^2}.$$

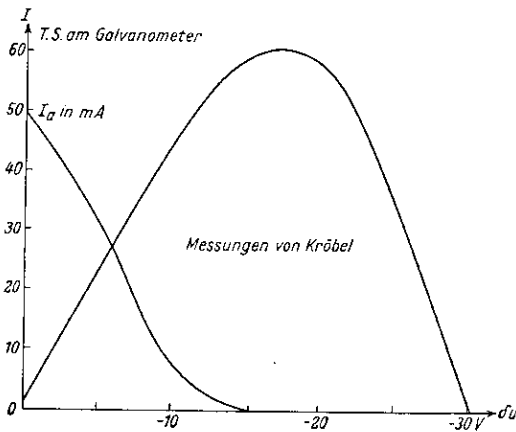


Abb. 14.

Die Widerstandserhöhung durch die Anodenverluste ist:

$$\delta R = R_0 \frac{\omega \gamma x_0 \mathcal{U}^2 [1 - y] \sqrt{1 - y^2}}{4 U_g R_0 \mathcal{U}^2 / \omega^2 L^2} = B (1 - y) \sqrt{1 - y^2},$$

wobei

$$B = \frac{\omega^3 \gamma x_0 L^2}{4 U_g}.$$

Hierbei ist der Sinus dem Winkel gleichgesetzt und im weiteren $\frac{\delta u}{\mathcal{U}}$ mit y abgekürzt. Im Nenner steht der Verlust des Schwingungsstromes $\mathcal{U} / \omega L$ im angeschlossenen Kreise. Setzt man den Wert von δR in die Anregungsgleichung ein, so erhält man:

$$\left(\frac{D}{1 - \beta} - \Delta \mathcal{U} \right) (1 - \alpha \delta u) = 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} + \frac{R_0^2}{\omega^2 L^2} [1 + B (1 - y) \sqrt{1 - y^2}]^2.$$

Die Diskussion dieser Gleichung ist ziemlich

umständlich. Ohne Rechnung läßt sich aber folgendes aussagen, was den Verlauf der Kurve im wesentlichen charakterisiert: Der Wert von \mathcal{U} für $\delta u = 0$ ist aus

$$D - \Delta \mathcal{U} = 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} + \frac{R_0^2}{\omega^2 L^2} [1 + B]$$

zu berechnen. Er ist wesentlich kleiner als der Wert

$$\mathcal{U} = \frac{D - 1 + \frac{1}{\omega^2 LC} - \frac{R_0^2}{\omega^2 L^2}}{1}$$

den man ohne Berücksichtigung der Anodenverluste erhalten würde. Die beiden Kurvenäste schließen sich bei $\frac{\delta x_0}{\delta x} = 1$ oder $\frac{\delta u}{\mathcal{U}} = \frac{\pi}{4}$ im Maximum der Kurve zusammen. Der Anodenstrom ist für $\delta x_0 = 0$ am größten und verschwindet im Maximum. Er ist in Abb. 14 gleichfalls eingetragen. Alle diese Aussagen der Theorie werden durch die Messungen Kröbels bestätigt³⁾.

Zusammenfassung.

Wenn man eine Theorie der Barkhausenschwingungen entwerfen will, so muß man zunächst das nunmehr 13 Jahre alte Problem lösen: „Wie ordnen sich die Elektronen zum gemeinsamen Tanze?“

Zur Lösung dieses Problems wird, wie bei allen Selbsterregungsfragen, von einer Anfangsspannung zwischen den Elektroden der Röhre ausgegangen. Es wird gezeigt, daß diese Ausgangsspannung nach zwei Prinzipien: nach dem Prinzip der „Anodenaussortierung“ bei positiver Anodenspannung und nach dem Prinzip der „Phasenaussortierung“ bei negativer Anodenspannung, eine Ordnung der Elektronen zu gemeinsamem Tanze herzustellen vermag. Die so entstehenden zusammengeballten, schwingenden Raumladungswolken erzeugen dann in den an die Röhre angeschlossenen Kreisen Spannungsabfälle, welche mit der Ausgangsspannung in Phase liegen und größer als diese sind und so die Ausgangsschwingung anfachen. Das Hin- und Herfluten der Raumladung wird berechnet und Raumladungsdichte und Potential als Funktion von Ort und Zeit graphisch dargestellt. Schließlich

³⁾ Vorgetragen auf der Tagung des Gauvereins Niedersachsen der deutschen Physikalischen Gesellschaft in Braunschweig im Februar 1930.

werden für die Anoden- und Phasenausortierung die Anregungsfaktoren (Verhältnis von Leerlaufspannung zur Ausgangsspannung) berechnet.

Es ergeben sich folgende Resultate:

1. Man muß bei Sättigung arbeiten.
2. Der Anregungsfaktor steigt mit dem Strom und dem Röhrenradius bzw. dem Pendelwege der Elektronen. Verkürzt man letzteren durch negative Anodenspannung, so erlöschen schließlich die Schwingungen.
3. Die Anregung durch Anodenausortierung ist sehr viel stärker als die durch Phasenausortierung; kleine Röhren mit schwacher Emission schwingen daher nur bei positiver Anode.
4. Der Anodenstrom bedeutet, wie bei dem gewöhnlichen rückgekoppelten Generator der Gitterstrom, einen Verlust. Große Amplituden -- nicht zu verwechseln mit leichter Anregbarkeit -- werden daher bei negativer Anodenspannung zu erwarten sein.
5. Der Anregungsfaktor sinkt mit zunehmender Frequenz.
6. Der Phasenanregungsfaktor sinkt außerdem mit zunehmender Gitterspannung, der Anodenanregungsfaktor mit zunehmender Heizspannung (Vorteil von fremdgeheizten Kathoden).
7. Schließt man an die Röhre ein Lechersystem, so findet man in jeder halben Wellenlänge zwei

Schwingungsbereiche; der Verlauf der Schwingungsamplitude wird berechnet und mit dem gemessenen Verlauf in Einklang gefunden.

8. Die Abhängigkeit der Frequenz von der Abstimmung des Lechersystems wird berechnet und in Übereinstimmung mit den Messungen gefunden.

9. Da der Anodenverlust mit zunehmender negativer Anodenspannung kleiner wird, steigt mit zunehmender negativer Anodenspannung zunächst die Schwingungsamplitude, fällt aber dann wieder und erlischt, wie in Punkt 2 angegeben. Die Formel für den Amplituden- und Anodengleichstromverlauf wird aufgestellt und mit den Kröbelschen Messungen in Einklang gefunden.

Die noch im Gange befindlichen experimentellen Untersuchungen zur Prüfung der entwickelten Theorie werden durch Mittel ermöglicht, welche die Heinrich-Hertz-Gesellschaft zur Verfügung stellte. Der Heinrich-Hertz-Gesellschaft möchte ich hierfür meinen Dank aussprechen.

Bemerkung bei der Korrektur: Die Messungen meines Mitarbeiters Helmholtz haben inzwischen eine quantitative Bestätigung der in dieser Arbeit mitgeteilten Formeln ergeben. Sie werden von Herrn Helmholtz demnächst veröffentlicht werden.

(Eingegangen am 5. April 1930.)